

## Županijsko natjecanje iz fizike 2025./2026.

### Srednje škole – 1. skupina

#### Rješenja i smjernice za bodovanje

U smjernicama je naveden samo jedan mogući način rješavanja, a treba priznati i bilo koji drugi ispravan postupak. Boduju se i drugi zapisi ako su u skladu s odabranim referentnim sustavom i napisanim jednadžbama u mjernim jedinicama po slobodnom izboru. Ako su preskočene trivijalne linije koje se boduju, a jednadžbe u nastavku su dobre, priznaju se bodovi kao da je napisano sve. Ne boduju se formule u kojima je upisan kriv iznos neke fizičke veličine. Dodjeljuju se samo cjelobrojni bodovi. Svaka novouvedena veličina treba biti jasno definirana ili označena na skici.

#### 1. zadatak (10 bodova)

Biciklist uz i niz 2 brda, redom, u različitim vremenskim intervalima  $\Delta t_1$ ,  $\Delta t_2$ ,  $\Delta t_3$  i  $\Delta t_4$ , prelazi jednake putove

$$\Delta s_1 = \Delta s_2 = \Delta s_3 = \Delta s_4 \quad (1)$$

gibajući se jednoliko, brzinama:

$$v_1 = 8 \text{ m/s}, v_2 = 16 \text{ m/s}, v_3 = 4 \text{ m/s} \text{ i } v_4 = 16 \text{ m/s}.$$

Dakle,

$$[1 \text{ bod}] \Delta s_1 = v_1 \Delta t_1 = 8 \text{ m s}^{-1} \cdot \Delta t_1, \quad (2)$$

$$[1 \text{ bod}] \Delta s_2 = v_2 \Delta t_2 = 16 \text{ m s}^{-1} \cdot \Delta t_2, \quad (3)$$

$$[1 \text{ bod}] \Delta s_3 = v_3 \Delta t_3 = 4 \text{ m s}^{-1} \cdot \Delta t_3, \quad (4)$$

$$[1 \text{ bod}] \Delta s_4 = v_4 \Delta t_4 = 16 \text{ m s}^{-1} \cdot \Delta t_4. \quad (5)$$

Iz jednakosti (2) i (3), (3) i (4), (3) i (5) slijede odnosi vremenskih intervala:

$$[1 \text{ bod}] \Delta t_1 = 2 \Delta t_2,$$

$$[1 \text{ bod}] \Delta t_3 = 4 \Delta t_2,$$

$$[1 \text{ bod}] \Delta t_4 = \Delta t_2.$$

Tada ukupno vrijeme gibanja

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 + \Delta t_4$$

možemo izraziti preko jedne varijable (priznati i drugi valjani izraz u ovisnosti o 1 varijabli)

$$[1 \text{ bod}] \Delta t = 8 \Delta t_2.$$

Ukupni prijeđeni put

$$\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 + \Delta s_4$$

zbog (1), izražen preko (3), iznosi (priznati i drugi valjani izraz u ovisnosti o 1 varijabli)

$$[1 \text{ bod}] \Delta s = 4 \Delta s_2 = 64 \text{ m s}^{-1} \cdot \Delta t_2.$$

Srednja brzina iznosi

$$[1 \text{ bod}] \bar{v} = \Delta s / \Delta t = 8 \text{ m/s}.$$

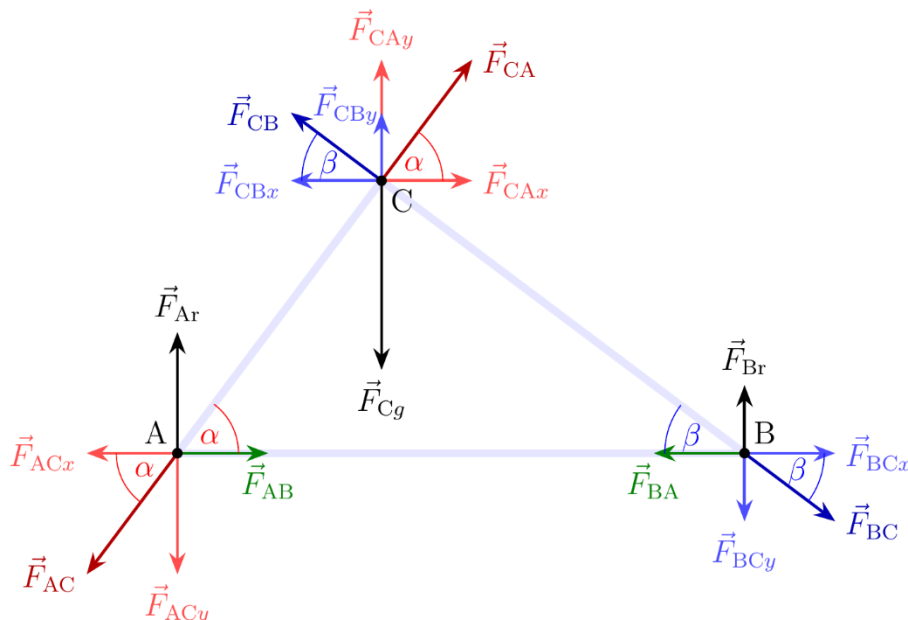
## 2. zadatak (10 bodova)

Radi jednostavnosti označimo duljine stranica trokuta ABC:

$a = |BC| = 40 \text{ cm}$ ,  $b = |AC| = 30 \text{ cm}$ ,  $c = |AB| = 50 \text{ cm}$ ,

koji je pravokutan jer vrijedi Pitagorin poučak,  $30^2 + 40^2 = 50^2$ .

Sustav je u ravnoteži pa je suma sila u točkama A, B i C jednaka nuli, kao na slici.



Sile na rubovima šine istog su iznosa, suprotnih orijentacija:

$$|\vec{F}_{AB}| = |\vec{F}_{BA}| = F_{AB}, |\vec{F}_{BC}| = |\vec{F}_{CB}| = F_{BC}, |\vec{F}_{AC}| = |\vec{F}_{CA}| = F_{AC}.$$

Iz jednakosti horizontalnih komponenti u točkama A i B, prema oznakama na slici, slijedi

[1 bod]  $F_{ACx} = F_{AB},$

[1 bod]  $F_{BCx} = F_{AB},$

iz čije jednakosti slijedi jednakost horizontalnih komponenti

[1 bod]  $F_{ACx} = F_{BCx},$

koje u rastavu razapinju trokut sličan pravokutnome trokutu ABC pa vrijedi

$$\frac{b}{c} F_{AC} = \frac{a}{c} F_{BC},$$

[1 bod]  $F_{BC} = \frac{b}{a} F_{AC} = \frac{3}{4} F_{AC}.$

(1)

Iz jednakosti vertikalnih komponenti u točki C slijedi

[1 bod]  $F_{ACy} + F_{BCy} = F_{Cg},$

$$\frac{a}{c} F_{AC} + \frac{b}{c} F_{BC} = F_{Cg} \stackrel{(1)}{\Rightarrow} \frac{a}{c} F_{AC} + \frac{b}{c} \frac{b}{a} F_{AC} = F_{Cg} \Rightarrow \left( \frac{4}{5} + \frac{9}{20} \right) F_{AC} = F_{Cg} \Rightarrow \frac{25}{20} F_{AC} = F_{Cg},$$

[1 bod]  $F_{AC} = \frac{4}{5} F_{Cg} = 400 \text{ N}.$

Iz (1) slijedi

$$F_{BC} = \frac{3}{4} F_{AC} = 300 \text{ N}.$$

Iz jednakosti vertikalnih komponenti u točkama A i B slijede iznosi reakcija podloge:

[1 bod]  $F_{Ar} = F_{ACy},$

[1 bod]  $F_{Ar} = \frac{a}{c} F_{AC} = 320 \text{ N};$

[1 bod]  $F_{Br} = F_{BCy},$

[1 bod]  $F_{Br} = \frac{b}{c} F_{BC} = 180 \text{ N}.$

### 3. zadatak (10 bodova)

Automobili kreću iz mirovanja i gibaju se jednakim akceleracijama  $a$  pa 1. automobil za vrijeme prelaska preko startne linije

$$\Delta t_1 = 2 \text{ s}$$

prijeđe put jednak duljini automobila

[1 bod]  $s_1 = a \Delta t_1^2 / 2$

iz čega slijedi akceleracija

[1 bod]  $a = 2 s_1 / \Delta t_1^2.$  (1)

Automobili su razmaknuti za polovicu duljine pa udaljenost početaka susjednih automobila iznosi

[1 bod]  $d = s_1 + 0.5 s_1 = 1.5 s_1.$

U početnom trenutku početak 17. automobila udaljen je 16 razmaka  $d$

[1 bod]  $s_P = 16 d_1 = 24 s_1,$  (2)

a njegov je kraj udaljeniji za duljinu automobila

[1 bod]  $s_K = s_P + s_1 = 25 s_1.$  (3)

Iz definicije akceleracije, tijekom prelaska 17. automobila preko startne linije, kada njegova brzina poraste od  $v_P$  do  $v_K$ ,

[1 bod]  $a = (v_K - v_P) / \Delta t_{17}$

možemo izraziti traženo vrijeme,

[1 bod]  $\Delta t_{17} = (v_K - v_P) / a,$

[1 bod]  $\Delta t_{17} = (\sqrt{2 a s_K} - \sqrt{2 a s_P}) / a = \sqrt{2 s_K / a} - \sqrt{2 s_P / a},$

koje uvrštavanjem (1), (2) i (3) postaje

$$\Delta t_{17} = \sqrt{2 \cdot 25 s_1 \cdot \frac{\Delta t_1^2}{2 s_1}} - \sqrt{2 \cdot 24 s_1 \cdot \frac{\Delta t_1^2}{2 s_1}}$$

[1 bod]  $\Delta t_{17} = (\sqrt{25} - \sqrt{24}) \Delta t_1 = (5 - 2\sqrt{6}) \Delta t_1$

[1 bod]  $\Delta t_{17} = (5 - 2\sqrt{6}) \cdot 2 \text{ s} \approx 202 \text{ ms}.$

#### 4. zadatak (10 bodova)

Neka je ishodište sustava referencije u početnom položaju, a pozitivna os orijentirana prema gore. Tijelo mase  $m = 10 \text{ g}$  prvo se giba prema gore početnom brzinom  $v_0 = 20 \text{ m/s}$ , jednoliko usporava, zaustavlja se te zatim jednoliko ubrzava prema dolje prema početnom položaju. Sila otpora zraka  $F_0 = 2.69 \text{ cN}$  djeluje suprotno smjeru gibanja (brzini). Prema 2. Newtonovu zakonu, ukupna sila na tijelo mase  $m$  tijekom gibanja prema gore iznosi

[1 bod]  $m a_1 = -m g - F_0$

pa tijelo usporava akceleracijom

[1 bod]  $a_1 = -g - F_0/m$

$$a_1 = -12.5 \text{ m/s}^2.$$

Na vrhu je brzina  $v_1 = 0 \text{ m/s}$  pa je vrijeme uspinjanja

[1 bod]  $t_1 = (v_1 - v_0)/a_1 = 1.6 \text{ s}.$

Tijelo je od početnog položaja do maksimalne visine prešlo put

[1 bod]  $s_1 = v_0 t_1 + 0.5 a_1 t_1^2$

$$s_1 = 16 \text{ m}.$$

Pri povratku u početni položaj prijeđe isti taj put

$$s_2 = s_1$$

pa je ukupni prijeđeni put

[1 bod]  $s = s_1 + s_2 = 2 s_1 = 32 \text{ m}.$

Prema 2. Newtonovu zakonu, ukupna sila na tijelo mase  $m$  tijekom gibanja prema dolje iznosi

[1 bod]  $m a_2 = -m g + F_0$

pa tijelo ubrzava prema dolje akceleracijom

[1 bod]  $a_2 = -g + F_0/m$

$$a_2 = -7.12 \text{ m/s}^2.$$

Od početka gibanja do povratka u početni položaj 0,

[1 bod]  $0 = s_1 + 0.5 a_2 (t_2 - t_1)^2,$  (1)

proteklo je vrijeme

[1 bod]  $t_2 = t_1 + \sqrt{-2 s_1/a_2}$

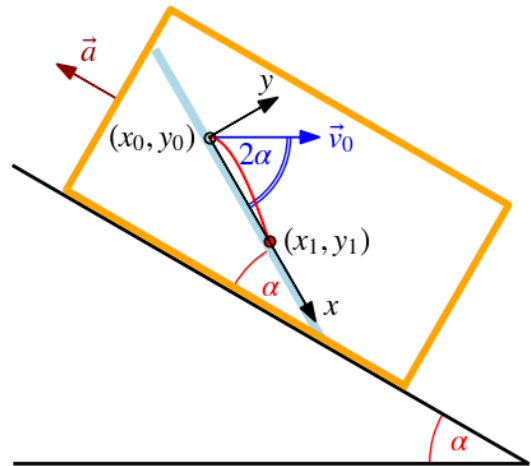
[1 bod]  $t_2 \approx 1.60 \text{ s} + 2.12 \text{ s} = 3.72 \text{ s}.$

*Napomena:* vrijeme se je moglo izvući i iz konačne brzine  $v_2 = a_2 (t_2 - t_1)$  pa se umjesto (1) mogu bodovati i izrazi poput

$$v_2 = -\sqrt{-2 a_2 s_2} \approx -15.1 \text{ m/s}.$$

### 5. zadatak (10 bodova)

Neka je ishodište Kartezijeva koordinatnog sustava u točki  $(x_0, y_0)$  na kosini koja se nalazi u sustavu vagona koji ubrzava akceleracijom  $|\vec{a}| = 1 \text{ m/s}^2$  uz kosinu (neinerijski sustav), tj. u prvoj točki sudara tijela s kosinom koja s horizontalom zatvara kut  $\alpha + \alpha = 2\alpha = 60^\circ$ . Os  $x$  usmjerena niz kosinu, a os  $y$  okomita na kosinu, kao na gornjoj slici desno. Početna brzina tijela iznosi  $v_0 = 1 \text{ m/s}$ . Na tijelo cijelo vrijeme gibanja, do sljedećeg sudara u  $(x_1, y_1)$ , djeluju:



[1 bod] inercijska sila  $\vec{F}_i = -m\vec{a}$ ,

[1 bod] i gravitacijska sila  $\vec{F}_g = m\vec{g}$ ,

čije su komponente, kao na donjoj slici desno:

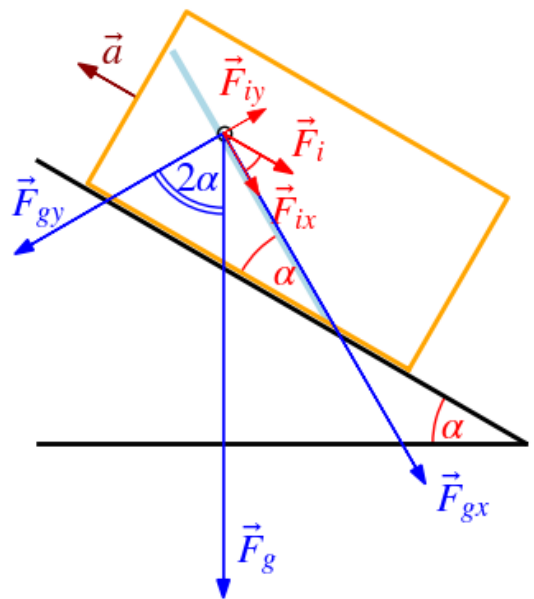
$$F_{ix} = ma \cos \alpha = ma\sqrt{3}/2,$$

$$F_{iy} = ma \sin \alpha = ma/2,$$

$$F_{gx} = mg \sin(2\alpha) = mg\sqrt{3}/2,$$

$$F_{gy} = -mg \cos(2\alpha) = -mg/2.$$

Prema 2. Newtonovu zakonu komponente akceleracije tijela iznose:



[1 bod]  $a_x = (F_{ix} + F_{gx})/m = (a + g)\sqrt{3}/2$ ,

[1 bod]  $a_y = (F_{iy} + F_{gy})/m = (a - g)/2$ .

Početna brzina tijela iznosi

[1 bod]  $v_{0x} = v_0 \cos(2\alpha) = v_0/2$ ,

[1 bod]  $v_{0y} = v_0 \sin(2\alpha) = v_0\sqrt{3}/2$ .

Daljnji dio gibanja analiziramo kao kosi hitac do ponovnog sudara s kosinom u trenutku  $t_1$ ,

[1 bod]  $(y_1 = 0) = v_{0y} t_1 + a_y t_1^2/2$

$$0 = v_0 t_1 \sqrt{3}/2 + (a - g) t_1^2/4$$

što možemo podijeliti s  $t_1 \neq 0$  pa slijedi

[1 bod]  $t_1 = 2\sqrt{3} v_0/(g - a)$ ,

$$t_1 \approx 393 \text{ ms},$$

tijekom kojega se čestica duž kosine pomakne za

[1 bod]  $x_1 = v_{0x} t_1 + a_x t_1^2/2$ ,

$$x_1 = \sqrt{3} v_0^2/(g - a) + 3\sqrt{3} v_0^2(a + g)/(g - a)^2,$$

[1 bod]  $x_1 \approx 92.0 \text{ cm}$ ,

što je tražena udaljenost točke sudara s kosinom.

*Napomena:* Ako je riješeno na drugi način, bodovi u međukoracima mogu se dodijeliti drugim izraženim veličinama koje vode prema rješenju, kao šta je dano u primjeru na sljedećoj stranici.

Izdvajamo još jednu od mogućih varijanti rješavanja **5. zadatka**. Neka je ishodište Kartezijeva koordinatnog sustava u točki  $(x_0 = 0, y_0 = 0)$  na kosini koja se nalazi u sustavu vagona u točki početnog položaja tijela (prvog sudara tijela s kosinom), os  $x$  orijentirana horizontalno u smjeru početne brzine, a  $y$  vertikalno suprotno gravitacijskoj sili. Vagon ubrzava akceleracijom  $|\vec{a}| = 1 \text{ m/s}^2$  uz kosinu pa je sustav neinercijski. Početna brzina tijela iznosi  $v_0 = 1 \text{ m/s}$ . Na tijelo cijelo vrijeme gibanja, do sljedećeg sudara u  $(x_1, y_1)$ , djeluju:

**[1 bod]** inercijska sila  $\vec{F}_i = -m\vec{a}$ ,

**[1 bod]** i gravitacijska sila  $\vec{F}_g = m\vec{g}$ ,

čije su komponente (priznati prethodne bodove ako su odmah napisane samo komponente):

$$F_{ix} = ma \cos \alpha = ma\sqrt{3}/2,$$

$$F_{iy} = -ma \sin \alpha = -ma/2,$$

$$F_{gx} = 0,$$

$$F_{gy} = -mg.$$

Gibanje analiziramo kao horizontalni hitac u neinercijskom sustavu, odnosno gibanje složeno od jednoliko ubrzanih gibanja u  $x$  i  $y$  smjeru, gdje akceleracije prema 2. Newtonovu zakonu iznose:

**[1 bod]**  $a_x = (F_{ix} + F_{gx})/m = a\sqrt{3}/2$ ,

**[1 bod]**  $a_y = (F_{iy} + F_{gy})/m = -a/2 - g$ .

Početna brzina tijela ima samo  $x$  komponentu,

**[1 bod]**  $v_{0x} = v_0$

pa su koordinate položaja tijela:

**[1 bod]**  $x = v_0 t + \sqrt{3} a t^2/4$ , (1)

**[1 bod]**  $y = -g t^2/2 - a t^2/4$ . (2)

U trenutku  $t_1$  ponovnog sudara s kosinom, čiju jednadžbu (pravca) možemo napisati u obliku

**[1 bod]**  $y = -\sqrt{3}x$ , (3)

koordinate tijela (1) i (2) moraju zadovoljavati jednadžbu (3),

$$-g t_1^2/2 - a t_1^2/4 = -\sqrt{3}(v_0 t_1 + \sqrt{3} a t_1^2/4)$$

koju možemo podijeliti s  $-t_1/2 \neq 0$  pa slijedi

$$(g + a/2) t_1 = 2\sqrt{3} v_0 + 3 a t_1/2,$$

**[1 bod]**  $t_1 = 2\sqrt{3} v_0/(g - a)$ ,

$$t_1 \approx 393 \text{ ms},$$

kada se čestica prema (1) i (2) nalazi u položaju

$$x_1 = 46.0 \text{ cm},$$

$$y_1 = -79.7 \text{ cm}.$$

Primjenom Pitagorina poučka dobivamo udaljenost točke sudara tijela s kosinom

**[1 bod]**  $d = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} \approx 92.0 \text{ cm}.$