Školsko natjecanje iz fizike, šk. god. 2024./2025.
Srednja škola, 4. skupina
(20. 3. 2025.)

RJEŠENJA I SMJERNICE ZA BODOVANJE

Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici zadatak riješe na drugačiji, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. a) Riječ je o fotoelektričnom efektu, pa svjetlost promatramo kao skup fotona i primjenjujemo Einsteinov izraz. On vrijedi za obje valne duljine ($\lambda_1 = 0.35\,\mu\mathrm{m}$, $\lambda_2 = 0.54\,\mu\mathrm{m}$) te možemo skupno pisati (**1 bod**)

$$\frac{hc}{\lambda_{1,2}} = \frac{m_e v_{1,2}^2}{2} + W_0 \,, \tag{1}$$

pri čemu je W_0 traženi izlazni rad. Izlazni rad jest svojstvo materijala pa je isti u oba slučaja. Prema tome, brzine izlazećih elektrona jesu one koje ovise o valnoj duljini upadnog zračenja (što je izričito navedeno i u tekstu zadatka).

Iz gornjih izraza možemo izraziti brzine elektrona (**1 bod**):

$$v_{1,2} = \sqrt{\frac{2}{m_e}\left(\frac{hc}{\lambda_{1,2} - W_0}\right)} \,. \tag{2}$$

U zadatku nam je dan njihov omjer, $\eta \equiv v_1/v_2 = 2$, za koji imamo (**1 bod**)

$$\eta = \sqrt{\frac{\frac{hc}{\lambda_1} - W_0}{\frac{hc}{\lambda_2} - W_0}} \,. \tag{3}$$

Znamo da je omjer brzina ispravno definiran ($\eta = v_1/v_2$, a ne inverz toga) jer je iz Einsteinova izraza jasno da manja valna duljina rezultira većom brzinom, a $\lambda_1 < \lambda_2$.

Gornji izraz kvadriramo i sređujemo (**2 boda** za konačni izraz):

$$\eta^2 = \frac{\frac{hc}{\lambda_1} - W_0}{\frac{hc}{\lambda_2} - W_0} \tag{4}$$

$$\left(\frac{hc}{\lambda_2} - W_0\right)\eta^2 = \frac{hc}{\lambda_1} - W_0 \tag{5}$$

$$hc\left(\frac{\eta^2}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) = (\eta^2 - 1)W_0 \tag{6}$$

$$W_0 = \frac{hc}{\eta^2 - 1}\left(\frac{\eta^2}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}\right) . \tag{7}$$

Uvrštavanjem podataka u posljednji izraz dobivamo (**1 bod**)

$$W_0 \approx 3.02 \times 10^{-19}\,\mathrm{J} \approx 1.88\,\mathrm{eV} \,. \tag{8}$$

b) Suštinski ponovno primjenjujemo izraz (1),

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{m_e v^2}{2} + W_0 \,, \tag{9}$$

gdje je izlazni rad W_0 onaj upravo nađen, a valna duljina $\lambda = 140\,\mathrm{nm}$. Vidimo da je ova valna duljina dovoljna za izazivanje fotoelektričnog efekta, te maksimalnu brzinu izlaznih elektrona nalazimo kao i u prvom dijelu zadatka (**1 bod**),

$$\frac{m_e v^2}{2} = \frac{hc}{\lambda} - W_0 \,. \tag{10}$$

Izbijanjem elektrona uslijed fotoelektričnog efekta kuglica se pozitivno nabija te preostali elektroni moraju svladavati i njezino kulonsko privlačenje. Kad se elektrostatska energija izjednači s maksimalnom kinetičkom energijom elektrona, daljnji elektroni više neće bivati izbijeni. Elektrostatska energija elektrona E_p povezana je s traženim maksimalnim potencijalom kuglice Φ preko

$$E_p = e\Phi \tag{11}$$

pa imamo (**1 bod**)

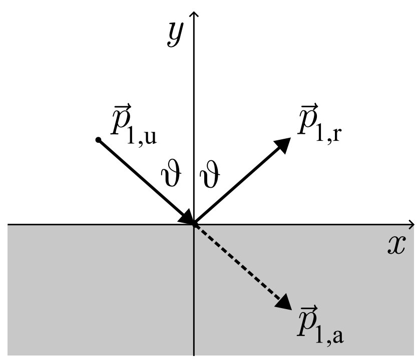
$$e\Phi = \frac{m_e v^2}{2}\,. \tag{12}$$

Izražavanjem kinetičke energije iz jednadžbe (10) i dijeljenjem s nabojem elektrona slijedi

$$\Phi = \frac{hc}{\lambda\, e} - \frac{W_0}{e} \approx 6.99\,\mathrm{V} \tag{13}$$

(**1 bod** za točno uvrštavanje).

2. a) Donja skica prikazuje prijenos količine gibanja jednog fotona pri refleksiji ili apsorpciji. Pritom je $\theta = 30^\circ$ zadani upadni kut, a reflektirani kut jednak upadnome.



Ključno je primijetiti da reflektirane fotone moramo promatrati zasebno od apsorbiranih, budući da fotoni iz te dvije skupine, prema zakonu očuvanja količine gibanja, ploči predaju različite iznose količine gibanja (**1 bod**). Udio upadnih fotona koji će se reflektirati je R (**1 bod**), a prema uvjetima zadatka svi preostali bit će apsorbirani te je njihov udio $(1-R)$ (**1 bod**). Ako s $\vec{p}$ označimo ukupnu količinu gibanja svih fotona u snopu, količina gibanja predana ploči, $\Delta\vec{p}$, dana je s

$$\Delta\vec{p} = R\,(-2\,p\,\cos\theta\,\vec{j}) + (1-R)\,(p\,\sin\theta\,\vec{i} - p\,\cos\theta\,\vec{j})\,, \tag{14}$$

gdje je $p = |\vec{p}|$, $R = 0.8$ reflektivnost ploče, a $\vec{i}$ i $\vec{j}$ jedinični vektori u x-smjeru, odnosno y-smjeru (**1 bod** + **1 bod** za ispravne vrijednosti količine gibanja predane u ova dva smjera). **Pojašnjenje:** Reflektirani fotoni zadržavaju čitavu količinu gibanja paralelnu s površinom ploče, dok okomita komponenta nakon refleksije ima isti iznos kao pri upadu (budući da je reflektirani kut jednak upadnom kutu), ali je suprotne orijentacije (tj. ovi fotoni ploči predaju dvostruku količinu gibanja u smjeru okomitom na površinu). Apsorbirani fotoni ploči predaju čitavu paralelnu i okomitu komponentu.
Kako bismo izračunali iznos ukupne predane količine gibanja, potrebno je grupirati x i y-komponente (**1 bod**):

$$\Delta\vec{p} = p\,[(1-R)\,\sin\theta\,\vec{i} - (1+R)\,\cos\theta\,\vec{j}]\,. \tag{15}$$

Ukupni predznak komponente u danom smjeru nije važan jer ne utječe na konačni iznos. Za fotone vrijedi $p = E/c$ (**1 bod**), što je potrebno iskoristiti jer je u zadatku zadana energija snopa, $E = 10\,\mathrm{J}$. Traženi iznos ukupne količine gibanja ploče konačno je jednak (**1 bod**)

$$\Delta p \equiv |\Delta\vec{p}| = \frac{E}{c}\,\sqrt{(1-R)^2\sin^2\theta + (1+R)^2\cos^2\theta}\,. \tag{16}$$

Uvrštavanjem imamo (**1 bod**)

$$\Delta p \approx 5.21\times 10^{-8}\,\mathrm{kg\,m\,s^{-1}} \tag{17}$$

b) Za tlak je potrebno promatrati samo okomitu komponentu količine gibanja predane ploči, koja je prema razradi u prvom dijelu zadatka jednaka (**1 bod**)

$$|\Delta\vec{p}|_{\perp} = (1+R)\,\frac{E}{c}\cos\theta\,. \tag{18}$$

Tlak je jednak okomitoj sili po jedinici površine, dok je sila jednaka promjeni količine gibanja u vremenu pa imamo (**1 bod**)

$$p_{\text{tlak}} = \frac{|\Delta\vec{p}|_{\perp}}{\tau\,A}\,, \tag{19}$$

gdje je $\tau = 0.13\,\text{ms}$, a $A = 100\,\mu\text{m}^2$ upadna površina. Uvrštavanjem slijedi (**1 bod**)

$$p_{\text{tlak}} \approx 4\times10^6\,\text{Pa} \approx 39.5\,\text{atm}\,. \tag{20}$$

3. a) Ako Sunce promatramo kao crno tijelo čiji je maksimum spektralne gustoće zračenja na valnoj duljini $\lambda_0 = 480\,\text{nm}$, njegova je temperatura dana Wienovim zakonom (**1 bod**),

$$T = \frac{b}{\lambda_0}\,. \tag{21}$$

Stefan-Boltzmannov zakon tada daje ukupnu gustoću zračenja (**1 bod**)

$$M = \sigma T^4\,. \tag{22}$$

Izračena snaga jednaka je umnošku gornje gustoće zračenja i oplošja Sunca (**1 bod**),

$$P = M\cdot 4\,R_{\odot}^2\,\pi\,. \tag{23}$$

Snaga je pak jednaka promjeni energije u vremenu, a energija je proporcionalna masi (ekvivalencija mase i energije, $\Delta E = \Delta m\,c^2$) pa imamo (**1 bod**)

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P}{c^2}\,. \tag{24}$$

Ubacivanjem izraza (21)–(23) u gornji slijedi

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{4\,\pi\,\sigma\,b^4\,R_{\odot}^2}{c^2\,\lambda_0^4} \tag{25}$$

pa uvrštavanjem dobivamo (**1 bod**)

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} \approx 5.12\times10^9\,\text{kg}\,\text{s}^{-1}\,. \tag{26}$$

b) Prema uvjetima zadatka, izračena masa jednaka je

$$\Delta m_0 = \eta M_{\odot}\,, \tag{27}$$

uz $\eta = 1\,\%$. Traženo vrijeme t_0 jednako je (**1 bod**) omjeru ove mase i vremenske promjene mase u vremenu, izračunate u prvom dijelu zadatka,

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta m_0}{\frac{\Delta m}{\Delta t}} = \frac{\eta M_{\odot}}{\frac{\Delta m}{\Delta t}}\,. \tag{28}$$

Uvrštavanjem imamo (**1 bod**)

$$\Delta t_0 = 3.89\times10^{18}\,\text{s} \approx 1.23\times10^{11}\,\text{god}\,. \tag{29}$$

4. a) Rečeno je da je svjetlost djelomično polarizirana pa ukupni intenzitet koji upada na polarizator možemo zapisati kao zbroj redom nepolariziranog i polariziranog dijela intenziteta (**1 bod**),

$$I_0 = I_1 + I_2\,. \tag{30}$$

U slučaju maksimalne transmisije, os polarizatora poravnata je sa smjerom polarizacije polariziranog dijela pa je odgovarajući intenzitet čitav transmitiran (**1 bod**). S druge strane, u prosjeku se transmitira polovica nepolariziranog intenziteta (**1 bod**). Dakle, imamo

$$I_{T,\max} = \frac{1}{2}I_1 + I_2\,. \tag{31}$$

U slučaju da se os polarizatora zakrene za $\varphi = 60^\circ$ u odnosu na orijentaciju koja odgovara maksimumu intenziteta, promjenit će se jedino transmisija polariziranog intenziteta, tako da je (**1 bod**)

$$I_{T,\varphi} = \frac{1}{2}I_1 + \cos^2\varphi\, I_2\,. \tag{32}$$

Prema uvjetima zadatka ukupni transmitirani intenziteti u ova dva slučaja razlikuju se za faktor $\eta = 3$, odnosno (**1 bod**)

$$\eta(\frac{1}{2}I_1 + \cos^2\varphi I_2) = \frac{1}{2}I_1 + I_2\,. \tag{33}$$

Budući da se traži udio polarizirane svjetlosti, izražavamo I_1 preko I_2 (**1 bod** za donja dva koraka zajedno):

$$\frac{I_1}{2}(\eta - 1) = I_2(1 - \eta\cos^2\varphi) \tag{34}$$

$$I_1 = \frac{2(1-\eta\cos^2\varphi)}{\eta - 1}I_2\,. \tag{35}$$

Stupanj polarizacije $\mathcal{P}$ jednak je omjeru polariziranog intenziteta i ukupnog intenziteta,

$$\mathcal{P} = \frac{I_2}{I_1 + I_2}\,. \tag{36}$$

Supstitucijom za I_1 i uvrštavanjem imamo (**1 bod**)

$$\mathcal{P} = 0.8\,. \tag{37}$$

b) Prvi polarizator zarotiran je za kut $\varphi = 60^\circ$ u odnosu na maksimum transmisije, tj. orijentiran je kao u drugom slučaju iz prvog dijela zadatka. Intenzitet koji transmitira dan je, kao i ranije, s

$$I_{T,1} = I_{T,\varphi} = \frac{1}{2}I_1 + \cos^2\varphi\, I_2\,. \tag{38}$$

Nakon prvog polarizatora svjetlost je linearno polarizirana u smjeru osi prvog polarizatora. Drugi polarizator zarotiran je za $\theta = 30^\circ$ u odnosu na prvi pa će on transmitirati (**2 boda**)

$$I_{T,2} = I_{T,\varphi}\cos^2\theta = \left(\frac{1}{2}I_1 + \cos^2\varphi\, I_2\right)\cos^2\theta\,. \tag{39}$$

Budući da je upadna svjetlost jednaka onoj iz prvog dijela zadatka, vrijedi jednadžba (35), tj. $I_1 = I_2/4$ (ili, drugačije, $I_1 = (\mathcal{P}^{-1} - 1)\, I_2$) pa je traženi udio jednak (**1 bod**)

$$\frac{I_{T,2}}{I_0} = \frac{\left(\frac{1}{8} + \cos^2\varphi\right)\,\cos^2\theta}{\frac{5}{4}}\,. \tag{40}$$

Uvrštavanjem slijedi (**1 bod**)

$$\frac{I_{T,2}}{I_0} = 0.225\,. \tag{41}$$

5. Sudar ćemo, bez smanjenja općenitosti, promotriti u referentnom sustavu elektrona prije sudara. Koristimo se relativističkim izrazima za kinetičku energiju i količinu gibanja te uzimamo u obzir energiju mirovanja elektrona.

Zakon očuvanja energije kaže (**3 boda**, po 1 bod za svaku energiju):

$$h\nu + m_e c^2 = \frac{m_e\, c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\,, \tag{42}$$

gdje je ν frekvencija fotona, a $\beta = v/c$ uz v brzinu elektrona nakon sudara.

Zakon količine gibanja glasi (**1 bod** + **1 bod**):

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{m_e\, c\, \beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\,. \tag{43}$$

Napomena: Nije potrebno da se energija fotona specificira kao $h\nu$, može biti zapisana jednostavno kao izvjesna konačna energija E, ali mora biti prisutna u zakonu očuvanja energije za jedan bod i povezana s odgovarajućom količinom gibanja kroz $p = E/c$ za drugi.

Rješavanje ovog sustava jednadžbi, bilo u ovisnosti o β bilo o v, ukupno nosi **4 boda**. Ti su bodovi u nastavku razrađeni za jedan način rješavanja. Eliminiramo energiju fotona koristeći se posljednjim izrazom,

$$E = h\nu = \frac{m_e\, c^2\, \beta}{\sqrt{1-\beta^2}}\,, \tag{44}$$

te ovo ubacujemo u zakon očuvanja energije (1 bod za dobivanje sljedećeg izraza)

$$\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\,. \tag{45}$$

Sređujemo (po 1 bod za svaka dva od sljedeća četiri koraka, ukupno 2 boda):

$$\beta + \sqrt{1-\beta^2} = 1 \tag{46}$$

$$1-\beta^2 = (1-\beta)^2 \tag{47}$$

$$1-\beta^2 = 1 - 2\beta + \beta^2 \tag{48}$$

$$\beta(\beta - 1) = 0\,. \tag{49}$$

Rješenja su $\beta = 1$ i $\beta = 0$ (zajedno 1 bod, ujedno zadnji od gore spomenuta 4 boda). Prvo rješenje zabranjuje specijalna teorija relativnosti (**1 bod**). Drugo rješenje prema jednadžbi (44) odgovara energiji fotona $E = 0$. Ovo bi značilo da nema upadnog fotona, a pretpostavili smo da ga ima, što znači da smo problem doveli do apsurda (**1 bod**).