

Upute za bodovanje: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak na drugačiji, a fizikalno pravilan način, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali. Najmanja jedinica bodova koja se dodjeljuje jest 1 bod.

Zadatak 1. (ukupno bodova: 10)

Promotrite pumpu za vodu čiji je otvor, površine poprečnog presjeka 5 cm^2 , usmjeren direktno prema dolje te se nalazi 50 cm iznad plitkog korita. Ako pumpa pri radu postiže konstantni ukupni tlak od 1.1 atmosfera, odredite kolikom silom voda koja istječe iz nje djeluje na korito. Pretpostavite da nema prskanja ni razdvajanja toka vode te da se nakon kontakta s koritom voda u potpunosti prestane gibati. Uzmite da je gustoća vode 1 kg/L te da je tlak zraka 1 atmosfera.

Rješenje:

Napomena: ovaj je zadatak moguće riješiti bez međukoraka računanja vremena, koristeći se formulom za ovisnost brzine o prijeđenom putu u jednolikom ubrzanom gibanju. U slučaju kada učenik/ca ispravno iskoristi tu formulu, treba mu/joj dodijeliti sve bodove (sveukupno 3) koji bi se inače dodijelili za postupak pronalaženja rješenja za vrijeme.

Razmotrimo li ukupni tlak, možemo dobiti brzinu kojom voda istječe iz pumpe (**1 bod za poznavanje formule za ukupni tlak te 1 bod za ispravno izračunatu brzinu**)

$$\frac{1}{2}\rho v_0^2 = p_{\text{uk}} - p_{\text{atm}} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2(p_{\text{uk}} - p_{\text{atm}})}{\rho}} = 4.501 \text{ m/s}.$$

Nakon izlaska iz pumpe voda se nalazi u slobodnom padu te će vrijeme potrebno da ona dođe do korita biti opisano rješenjem sljedeće kvadratne jednadžbe (**1 bod za ispravnu jednadžbu koja opisuje vrijeme pada te 1 bod za uspješno pronalaženje korijena kvadratne jednadžbe**)

$$h = v_0 t_{\text{pad}} + \frac{gt_{\text{pad}}^2}{2} \Rightarrow t_{\text{pad } 1,2} = -\frac{v_0}{g} \pm \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2} + 2\frac{h}{g}},$$

pri čemu je h visina s koje voda pada. Očito je ovdje samo pozitivan predznak fizikalnan, pa je rješenje $t_{\text{pad}} = 0.100 \text{ s}$ (**1 bod za točan rezultat za vrijeme**).

Tada je brzina kojom se voda kreće pri sudaru jednaka (**1 bod za točan rezultat za konačnu brzinu**)

$$v_{\text{kon}} = v_0 + gt_{\text{pad}} = 5.482 \text{ m/s}.$$

U jedinici vremena iz pumpe istječe sljedeći volumen vode (**1 bod za točan rezultat za protok**)

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t} = v_0 A = 0.00225 \text{ m}^3/\text{s},$$

pri čemu je A površina poprečnog presjeka otvora. Konačno, silu ćemo dobiti razmatranjem promjene količine gibanja, Δp (**1 bod za poznavanje odnosa promjene količine gibanja i sile, 1 bod za ispravnu manipulaciju izraza kako bi se sila povezala s protokom te 1 bod za točan rezultat za silu**)

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta m}{\Delta t} v_{\text{kon}} = \rho \frac{\Delta V}{\Delta t} v_{\text{kon}} = \rho I v_{\text{kon}} = 12.337 \text{ N}.$$

Zadatak 2. (ukupno bodova: 9)

Odredite koliko je vremena potrebno kako bi kompresor napunio prazan čelični ronilački spremnik zrakom do pritiska od 200 atmosfera. Poznato je da spremnik ima volumen od 10 L te da mu je masa kada je prazan jednaka 16 kg. Osim toga, poznato je i da je specifični toplinski kapacitet čelika 420 J/kgK.

Pretpostavite da kompresor koji vrši punjenje ima efikasnost od 50 % te da radi konstantnom snagom od 1 kW, da se zrak može opisati kao dvoatomni idealni plin te da ga kompresor crpi iz atmosfere. Uzmite da je početna temperatura boce i zraka 290 K, dok je konačna 340 K. Zanimajte sve gubitke energije.

Rješenje:

Ukupna množina čestica plina u boci u konačnom stanju bit će **(1 bod za poznavanje jednadžbe stanja te 1 bod za ispravno izračunati n)**

$$n = \frac{p_{\text{kon}} V_{\text{kon}}}{RT_{\text{kon}}} = 71.672 \text{ mol.}$$

Iz ovoga slijedi da su unutarnje energije plina jednake **(1 bod za poznavanje jednadžbe za unutarnju energiju idealnog plina (ako učenik/ca koristi krivi prefaktor (recimo, 3/2) tada treba uskratiti ovaj bod, ali bodovati ostatak zadatka po principu „slijedi grešku”, dakle, dodijeliti sve ostale bodove praveći se da je iskorištena dobra formula))**, 1 bod za ispravno izračunati obje energije.

$$U_{\text{kon}} = \frac{5}{2} nRT_{\text{kon}} = 506.5 \text{ kJ}, \quad U_{\text{poč}} = \frac{5}{2} nRT_{\text{poč}} = 432.014 \text{ kJ.}$$

Toplina koja je potrebna za zagrijavanje spremnika je **(1 bod za ispravno korištenje jednadžbe s toplinskim kapacitetom te 1 bod za ispravno izračunati ΔQ_{boca})**

$$\Delta Q_{\text{boca}} = m_{\text{boca}} c_{\text{čelik}} \Delta T = 336 \text{ kJ.}$$

Ukupna energija koju je potrebno uložiti za punjenje spremnika tada je **(1 bod za ispravno izračunati energiju)**

$$\Delta W = \Delta Q + U_{\text{kon}} - U_{\text{poč}} = 410.486 \text{ kJ.}$$

Radeći s efikasnošću od 50 %, kompresoru će trebati dvostruko duže negoli u slučaju kada bi imao savršenu efikasnost, stoga je ukupno vrijeme **(1 bod za ispravno korištenje efikasnosti te 1 bod za točan rezultat za vrijeme)**

$$\Delta t = 2 \frac{\Delta W}{P} = 820.972 \text{ s.}$$

Zadatak 3. (ukupno bodova: 12)

Promotrite sustav sastavljen od tri beskonačno velika toplinska spremnika temperatura $T_1 = 500$ K, $T_2 = 250$ K i $T_3 = 200$ K (koje ćemo označiti rednim brojevima u skladu s indeksima temperatura) i 3 Carnotova stroja, koja ćemo označiti s A, B i C. Koristeći se tim oznakama možemo objasniti kako su strojevi spojeni na spremnike i međusobno:

Stroj A radi kao toplinski stroj te je spojen na prvi i drugi spremnik, primajući 1.5 kJ topline od toplijeg spremnika u svakom svom ciklusu. 50 % izlaznog rada tog stroja napušta sustav, čineći jedan od dvaju doprinosa ukupnom radu koji sustav vrši na okolinu, dok se preostalih 50 % izlaznog rada stroja A koristi kao ulazni rad za stroj B, koji je konfiguriran kao hladnjak te spojen na drugi i treći spremnik. Stroj B u jednom radnom ciklusu uzima 1.5 kJ topline od trećeg spremnika. Konačno, stroj C toplinski je stroj spojen na drugi i treći spremnik te njegov čitav izlazni rad napušta sustav tvoreći tako drugi doprinos ukupnom radu koji ovaj sustav vrši na okolinu.

Odredite kolika je ukupna izlazna snaga ovog sustava (s obzirom na rad koji ovaj sustav vrši na okolinu, dakle s obzirom na rad koji „napušta” sustav), ako je poznato da je ukupna izmjena topline u drugom spremniku jednaka nuli. Ako bismo sva tri stroja i „međuspremnik” 2 smatrali jednim strojem, odredite njegovu efikasnost. Bi li se takav stroj mogao smatrati Carnotovim strojem? Svakom od strojeva treba isto vrijeme, 2 sekunde, da odradi jedan ciklus.

Rješenje:

Napomena: u ovom zadatku tehnički je dan jedan podatak viška, tako da je zadatak posve rješiv čak i ako se nikada ne uzme u obzir temperatura T_3 ili podatak o toplini koju stroj B uzima iz trećeg spremnika. Ovaj je korak napravljen kako si se olakšala težina zadatka. Bodovanje uradaka učenika treba biti u skladu s napatkom iz zaglavka da se svaki fizikalno ispravan postupak pozitivno vrednuje.

Za svaki od Carnotovih strojeva vrijedi (**1 bod za poznavanje formule za izmjenu topline za Carnotov stroj**)

$$\frac{\Delta Q_i}{\Delta Q_j} = \frac{T_i}{T_j},$$

pri čemu su ΔQ_i i ΔQ_j izmijenjene topline sa spremnicima i i j , a T_i i T_j temperature tih spremnika. Za Stroj A vrijedi $\Delta Q_1^A = 1.5$ kJ, pa je toplina predana drugom spremniku jednaka (**1 bod za točno određenu toplinu**)

$$\Delta Q_2^A = \Delta Q_1^A \frac{T_2}{T_1} = 0.75 \text{ kJ}.$$

Prema zakonu očuvanja energije (**1 bod za poznavanje zakona očuvanja, bodove dodijeliti i ako se ovaj zakon iskoristio implicitno, primjerice u efikasnosti stroja**), taj stroj onda mora u jednom ciklusu imati izlazni rad jednak (**1 bod za točno određen rad stroja A**)

$$\Delta W^A = \Delta Q_1^A - \Delta Q_2^A = 0.75 \text{ kJ}.$$

Sada je lako izračunati koliku toplinu stroj B predaje drugom spremniku (**1 bod za poznavanje rada hladnjaka te 1 bod za točno određenu toplinu**)

$$\Delta Q_3^B = 0.5\Delta W^A + \Delta Q_2^B = (0.5 \cdot 0.75 + 1.5) \text{ kJ} = 1.875 \text{ kJ}.$$

Prema uvjetu zadatka, toplinski stroj C uzima onoliko topline koliko strojevi A i B isporučuju drugom spremniku pa je **(1 bod za točno određenu toplinu)**

$$0 = \Delta Q_{2,\text{uk}} = \Delta Q_2^A + \Delta Q_2^B - \Delta Q_2^C \Rightarrow \Delta Q_2^C = \Delta Q_2^A + \Delta Q_2^B = 2.625 \text{ kJ}.$$

Toplinu koju toplinski stroj C predaje trećem spremniku možemo odrediti na isti način kao i za toplinski stroj A **(1 bod za točno određenu toplinu ili rad stroja C)**

$$\Delta Q_3^C = \Delta Q_2^C \frac{T_3}{T_2} = 2.1 \text{ kJ},$$

dok mu je rad

$$\Delta W^C = \Delta Q_2^C - \Delta Q_3^C = 0.525 \text{ kJ}.$$

Ukupni je izlazni rad sustava je **(1 bod za točno određen rad)**

$$\Delta W_{\text{uk}} = \Delta W^C + 0.5 \Delta W^A = 0.9 \text{ kJ}.$$

Uzimajući u obzir da ciklus strojeva traje 2 sekunde, snaga sustava je **(1 bod za točno određenu snagu)**

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = 0.45 \text{ kW}.$$

Konačno, ako sva tri stroja i međuspremnik 2 smatramo jednim strojem, možemo zaključiti da je njegova efikasnost **(1 bod za točno određenu efikasnost)**,

$$\eta_{\text{sustav}} = \frac{\Delta W_{\text{uk}}}{\Delta Q_{\text{uk, ulazno}}} = \frac{\Delta W_{\text{uk}}}{\Delta Q_1^A} = 0.6,$$

pritom treba pripaziti da je ukupna izmjena topline s trećim spremnikom pozitivna, odnosno da novi stroj trećem spremniku predaje toplinu te stoga ta izmjena predstavlja energijski gubitak te se ne računa u uloženu energiju, to jest $\Delta Q_{\text{uk, ulazno}}$.

Dok bi Carnotov stroj spojen na spremnike 1 i 3 imao efikasnost od

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_3}{T_1} = 0.6,$$

iz čega možemo zaključiti da ovaj sustav možemo smatrati Carnotovim strojem **(1 bod za dobro argumetiran zaključak)**.

Zadatak 4. (ukupno bodova: 12)

Jednu dvadesetinu volumena zatvorene i izolirane posude volumena 1 m^3 ispunjava krutina posebnog materijala, temperature 190 K , čiji je specifični toplinski kapacitet jednak za njezinu krutu i tekuću fazu te iznosi 1 kJ/kgK . Ostatak volumena ispunjen je sa 100 mola jednoatomnog idealnog plina temperature 500 K . Odredite tlak plina u konačnom stanju, odnosno kada je sva izmjena topline završena.

Specifikacije posebnog materijala su: specifična latentna toplina 150 kJ/kg , gustoća krute faze 60 kg/m^3 , gustoća tekuće faze 20 kg/m^3 , temperatura taljenja 200 K . Pretpostavite da su ove veličine konstante, da idealni plin ne može proći kroz fazni prijelaz te zanemari toplinsko širenje posude i tvari. Pri računu zanemarite utjecaj promjene gravitacijske potencijalne energije.

Rješenje:

S obzirom na to da su nam sve veličine zadane kao specifične, uputno je prvo odrediti masu krutine (**1 bod za točan rezultat za masu**)

$$m_k = 0.05 V \rho_k = 3 \text{ kg},$$

pri čemu je ρ_k gustoća krutine, a V volumen posude. Tada je ukupni toplinski kapacitet tvari kada je ona sva u krutom stanju jednak (**1 bod za točan rezultat ili izraz za toplinski kapacitet**)

$$C_{\text{sve k}} = c_k m_k = 0.05 c_k V \rho_k = 3 \text{ kJ/K},$$

pri čemu je c_k specifični toplinski kapacitet tvari. Energija potrebna da bi se krutina zagrijala do točke taljenja je (**1 bod za točan rezultat za energiju**)

$$\Delta Q_{\text{grijanje}} = (T_0 - T_t) C_{\text{sve k}} = 30 \text{ kJ},$$

pri čemu je T_t temperatura taljenja tvari, a T_0 njezina početna temperatura. Temperatura koju plin ima u tom trenutku može se odrediti iz njegove unutarnje energije, promjena koje mora odgovarati energiji potrebnoj za zagrijavanje tvari (**1 bod za poznavanje formule unutarnje energije idealnog jednoatomnog plina**)

$$U_1 = U_0 - \Delta Q_{\text{grijanje}} = \frac{3}{2} n R T_{p,0} - \Delta Q_{\text{grijanje}} = \frac{3}{2} n R T_{p,1},$$

pri čemu su U_1 i U_0 trenutna i početna unutarnja energija plina, a $T_{p,0}$ i $T_{p,1}$ trenutna i početna temperatura plina. Iz ovoga imamo da je $T_{p,1} = 475.944 \text{ K}$, što znači da imamo dovoljno energije u sustavu za taljenje tvari (**1 bod za zaključak da se proces taljenja mora desiti**)

Pretpostavljajući da će u konačnom stanju sustava tvar biti samo djelomično rastaljena, možemo zaključiti da će u tom slučaju konačna temperatura plina biti jednaka temperaturi taljenja tvari T_t . Tada, će ukupna raspoloživa energija za taljenje biti (**1 bod za točan rezultat za raspoloživu energiju, bilo u varijabilnom, bilo u numeričkom obliku**)

$$\Delta E = \frac{3}{2} n R T_{p,0} - \frac{3}{2} n R T_t - \Delta Q_{\text{grijanje}}.$$

Ta je energija dostatna za otapanje Δm mase tvari (**1 bod za poznavanje formule za latentnu toplinu**)

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{Q_L},$$

pri čemu je Q_L latentna toplota taljenja posebnog materijala. Iz ovoga slijedi da je masa tvari koja se rastopila **(1 bod za točan rezultat za rastaljenu masu, bilo u varijabilnom, bilo u numeričkom obliku)**

$$\Delta m = \frac{1}{Q_L} \left(\frac{3}{2} nR(T_{p,0} - T_t) - \Delta Q_{\text{grijanje}} \right) = 2.294 \text{ kg}.$$

Kako je dobivena masa manja od ukupne mase tvari zaključujemo da je naša početna pretpostavka bila točna **(1 bod za ovakav zaključak, odnosno za ispravno razmatranje konačnog stanja)**. Volumen koji plin zauzima je **(2 boda za točan rezultat za volumen plina, bilo u varijabilnom bilo u numeričkom obliku)**

$$V_{p,\text{kon}} = V - \frac{m_k - \Delta m}{\rho_k} - \frac{\Delta m}{\rho_k/3} = 0.95V - 2\frac{\Delta m}{\rho_k}.$$

Na kraju, tlak plina je **(1 bod za točan konačni rezultat)**

$$P_{p,\text{kon}} = \frac{nRT_t}{V_{p,\text{kon}}} = 190.353 \text{ kPa}.$$

Zadatak 5. (ukupno bodova: 7)

Vodoravna ekspanzijska komora parnog stroja na jednom je kraju zatvorena pomičnim klipom površine 5 dm^2 koji po njoj može kliziti bez trenja. U trenutku kada je razmak između klipa i zida komore 8 cm, dodatna se para počinje ubrizgavati u nju tako da para na klip djeluje stalnom silom od 50 kN. Klip se tada udaljava od drugog kraja komore te ukupno izvrši 20 kJ rada. Odredite koliko je molova pare ubrizgano u komoru.

Pretpostavite da je temperatura komore u početku jednaka $120 \text{ }^\circ\text{C}$ te da je do kraja procesa narasla za $20 \text{ }^\circ\text{C}$, osim toga, pretpostavi da se para može opisati jednadžbom stanja idealnog plina. Zanemarite utjecaj vanjskog tlaka na klip i komoru.

Rješenje:

Ovo je promjena u kojoj jedino imamo konstantan tlak, dok se količina tvari, temperatura i volumen plina mijenjaju. Veličine koje opisuju početna i konačna stanja sustava izračunamo i/ili prevedemo u standardne SI jedinice uvjeti su **(po 1 bod - 3 boda ukupno - za svaku od ispravno izračunatih veličina, gdje se obje temperature računaju zajedno, bodove dodijeliti i u slučaju kada je to napravljeno implicitno):**

$$T_{\text{poč}} = 393.15 \text{ K}; \quad T_{\text{kon}} = 413.15 \text{ K};$$

$$P_0 = F/S = 10^6 \text{ Pa};$$

$$V_{\text{poč}} = l \cdot S = 0.004 \text{ m}^3.$$

Rad koji je klip obavio daje nam informaciju o tome koliki je put prešao **(1 bod za točno izračunat put)**

$$\Delta s = W/F = 0.4 \text{ m}.$$

Sada nam je poznat i konačan volumen **(1 bod za točno izračunat volumen)**

$$V_{\text{kon}} = (l + \Delta s)S = 0.024 \text{ m}^3.$$

Konačno, koristeći se jednadžbom stanja plina, možemo dobiti množinu tvari ubrizgane pare **(1 bod za ispravnu manipulaciju jednadžbe stanja, 1 boda za točan rezultat za Δn)**

$$n = PV/RT$$

$$\Delta n = \frac{P_0}{R} \left(\frac{V_{\text{kon}}}{T_{\text{kon}}} - \frac{V_{\text{poč}}}{T_{\text{poč}}} \right) = 5.76 \text{ mol}$$

Fizikalne konstante:

ubrzanje sile teže blizu površine Zemlje:

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

atmosferski tlak, odnosno tlak koji odgovara jednoj atmosferi:

$$p_{\text{atm}} = 101300 \text{ Pa}$$

temperatura apsolutne nule:

$$T_0 = -273.15 \text{ }^\circ\text{C}$$

plinska konstanta:

$$R = 8.314 \text{ J/Kmol}$$