ŽUPANIJSKO NATJECANJE IZ FIZIKE 2022/2023

Srednje škole 4. grupa

Rješenja i upute za bodovanje

VAŽNO: Ovdje je prikazan jedan način rješavanja zadataka. Ako učenici riješe zadatak drukčijim, a fizikalno ispravnim načinom, treba im dati puni broj bodova predviđen za taj zadatak. Ako učenici ne napišu posebno svaki ovdje predviđeni korak, a vidljivo je da su ga napravili, treba im dati bodove kao da su ga napisali.

1. zadatak *(10 bodova)*

Slika koja nastaje lomom na prvoj leći služi kao predmet za drugu leću, itd. Iz toga slijedi sustav triju jednadžbi s tri nepoznanice:

$$\begin{aligned}\frac{1}{10} &= \frac{1}{a}+\frac{1}{b}, && (1)\\ \frac{1}{8} &= \frac{1}{(5-b)}+\frac{1}{c}, && (2)\\ \frac{1}{6} &= \frac{1}{(5-c)}+\frac{1}{a}, \quad [\mathbf{2\,boda}] && (3)\end{aligned}$$

gdje se podrazumijeva da su brojevi izraženi u cm.
Preuređivanjem dobivamo:

$$\begin{aligned}10a+10b-ab &= 0, && (4)\\ 8b-3c-bc &= 40, && (5)\\ -a+6c-ac &= 30, \quad [\mathbf{1\,bod}] && (6)\end{aligned}$$

Sada iz (4) i (6) možemo izraziti b i c preko a:

$$\begin{aligned}b &= \frac{10a}{a-10}, && (7)\\ c &= \frac{30+a}{6-a}, \quad [\mathbf{2\,boda}] && (8)\end{aligned}$$

a zatim (7) i (8) uvrstiti u (5). Sređivanjem se dobiva:

$$53a^2+520a-3300=0. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{9}$$

Pozitivno rješenje kvadratne jednadžbe je $a = 4.386\,\text{cm}$. **[1 bod]**
Iz toga slijedi, uvrštavanjem u (7) i (8): $b = -7.812\,\text{cm}$ i $c = 21.301\,\text{cm}$. **[1 bod]**
Ukupno povećanje je :

$$M = \frac{-b}{a}\cdot\frac{-c}{5-b}\cdot\frac{-a}{5-c} = \frac{-abc}{a(5-b)(5-c)} = -0.797, \tag{10}$$

tj. slika je umanjena i obrnuta. **[2 boda]**

2. zadatak *(9 bodova)*

U ravnotežnom stanju volfram zrači jednaku količinu energije koju dobiva putem električne energije, tj. vrijedi:

$$\frac{U^2}{R} = \epsilon S \sigma T^4, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{11}$$

gdje je R otpor žice, a S ukupna vanjska površina žice.

Otpor žice je dan sa $R = \rho L/A$ ($A = r^2\pi$ je površina poprečnog presjeka žice), a vanjska površina je $S = 2r\pi L$. Iz toga slijedi:

$$\frac{U^2 r^2 \pi}{\rho L} = 2\epsilon r \pi L \sigma T^4. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{12}$$

Uvrštavanjem temperaturne ovisnosti otpornosti i preuređivanjem dobivamo:

$$T = \sqrt[5]{\frac{220^2 \cdot 0.15 \times 10^{-3}}{2 \cdot 0.4 \cdot 1^2 \cdot 5.67 \times 10^{-8} \cdot 3.3 \times 10^{-10}}}\,\mathrm{K} = 3445\,\mathrm{K}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{13}$$

Ukupna snaga zračenja je:

$$P_{uk} = 2\epsilon r \pi L \sigma T^4 = 3011\,\mathrm{W}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{14}$$

Efikasnost je jednaka:

$$\eta = \frac{P_{svj}}{P_{uk}} = \frac{100}{3011} = 3.3\%. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{15}$$

3. zadatak *(11 bodova)*

a.) Do konstruktivne interferencije u točki S dolazi kada je razlika u fazi između zrake koja dolazi sa središnje pukotine i zrake koja dolazi sa jedne od rubnih pukotina jednaka višekratniku od 2π. **[1 bod]** Nadalje udaljenosti koje prijeđu zrake su $d_1 = L$ i $d_2 = \sqrt{L^2 + d^2}$, a s obzirom da je $d \ll L$ možemo pisati:

$$d_2 - d_1 = L\left(1 + \frac{d^2}{L^2}\right)^{1/2} - L \approx L\left(1 + \frac{d^2}{2L^2}\right) - L = \frac{d^2}{2L}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{16}$$

Slijedi:

$$d_2 - d_1 = k\lambda \;\rightarrow\; \lambda = \frac{d^2}{2kL} = \frac{1041.7\,\mathrm{nm}}{k}. \tag{17}$$

Vidimo da valna duljina upada u vidljivi spektar za $k = 2$, i tada je $\lambda = 520.83\,\mathrm{nm}$. **[2 boda]**

b.) Udaljenosti zraka od pukotina do točke S' su (od najmanje do najveće):

$$x_1 = \sqrt{L^2 + (s-d)^2} = L\sqrt{1 + \frac{(s-d)^2}{L^2}} \approx L + \frac{(s-d)^2}{2L}, \tag{18}$$

$$x_2 = \sqrt{L^2 + s^2} = L\sqrt{1 + \frac{s^2}{L^2}} \approx L + \frac{s^2}{2L}, \tag{19}$$

$$x_3 = \sqrt{L^2 + (s+d)^2} = L\sqrt{1 + \frac{(s+d)^2}{L^2}} \approx L + \frac{(s+d)^2}{2L}, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{20}$$

tj. razlike u duljini puteva zraka su:

$$x_3 - x_1 = 2\frac{sd}{L}, \quad x_2 - x_1 = \frac{sd}{L}, \tag{21}$$

što znači da je fazni pomak između najkraće i srednje, te srednje i najdulje zrake jednak:

$$\phi = 2\pi\frac{sd}{\lambda L}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{22}$$

Slijedi da je amplituda električnog polja u vremenu u točki S' jednaka:

$$E = E_0\left[\cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t\right) + \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t + \frac{2\pi sd}{\lambda L}\right) + \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t + \frac{4\pi sd}{\lambda L}\right)\right]. \tag{23}$$

Zbrajanjem prvog i trećeg člana u formuli i dodatnim sređivanjem dobivamo:

$$E = E_0 \left[1 + 2\cos\left(\frac{2\pi sd}{\lambda L}\right)\right]\left[\cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda}t + \frac{2\pi sd}{\lambda L}\right)\right], \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{24}$$

Druga zagrada sadrži oscilatorni dio, dok prva nema vremensku ovisnost, pa je omjer intenziteta jednak:

$$\frac{I_{S'}}{I_S} = \frac{E_0^2\left[1 + 2\cos\left(\frac{2\pi sd}{\lambda L}\right)\right]^2}{(3E_0)^2} = 0.141. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{25}$$

4. zadatak *(12 bodova)*

a.) Radijus zakrivljenosti se može dobiti prepoznavanjem da je Lorentzova sila u ulozi centripetalne sile koja tjera elektron na (polu)kružno gibanje:

$$\frac{mv^2}{r} = evB \;\Rightarrow\; r = \frac{mv}{eB}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{26}$$

Da bi izračunali potrebnu frekvenciju RF napona kako bi se elektron ubrzavao pri svakom prolasku trebamo odrediti period kojim elektron "kruži":

$$f = \frac{1}{T} = \frac{v}{2r\pi} = \frac{eB}{2\pi m} = 4.752 \times 10^{10}\,\mathrm{Hz} = 47.52\,\mathrm{GHz}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{27}$$

b.) Za slučaj relativističkog elektrona možemo definirati koordinatni sustav tako da je magnetsko polje u $\hat{z}$ smjeru, a brzina u nekom trenutku u $\hat{x}$ smjeru, i tada je sila, a time i centripetalna akceleracija u $\hat{y}$ smjeru i vrijedi:

$$F_y = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} = \frac{\Delta(\gamma m v_y)}{\Delta t} = \gamma m a_y, \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{28}$$

gdje smo prepoznali da je γ konstanta jer magnetsko polje ne mijenja iznos brzine, i $a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t}$.
Nadalje, koristimo poznati izraz za centripetalnu akceleraciju i Lorentzovu silu čime slijedi:

$$a_{cp} = a_y = \frac{v^2}{r} = \frac{F_y}{\gamma m} = \frac{evB}{\gamma m}, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{29}$$

tj. konačno je radijus zakrivljenosti:

$$r = \frac{\gamma m v}{eB}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{30}$$

Ukupna energija elektrona je dana sa $E = \gamma mc^2$, pa je radijus zakrivljenosti:

$$r = \frac{vE}{eBc^2} \approx \frac{E}{eBc} = 0.196\,\mathrm{m}, \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{31}$$

gdje smo koristili $v \approx c$ jer je energija elektrona puno veća od energije mirovanja.
Izlazni napon je dan sa $U = Ed$, gdje je E električno polje za koje vrijedi:

$$eE = evB \;\Rightarrow\; E = vB \approx cB, \tag{32}$$

pa je napon:

$$U = cdB = 51\,\mathrm{kV}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{33}$$

c.) Izračena energija je jednaka umnošku izračene snage i perioda jednog kruga, te je jednaka dobivenoj energiji prolaskom kroz RF napon (2 puta u jednom periodu), pa vrijedi:

$$P_s T = 2eV_{RF}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{34}$$

Možemo koristiti prethodno navedene izraze za radijus putanje ($r = E/(eBc)$) i ukupnu energiju ($E = \gamma mc^2$), te $v \approx c$ čime dobivamo:

$$1.585 \times 10^{-14}\,\mathrm{W\,m^{-2}} \times B^2 \frac{E^2}{m^2c^4} \frac{2\pi E}{eBc^2} = 2eV_{RF} \;\Rightarrow\; V_{RF} = \frac{\pi E^3 B}{e^2m^2c^6} \times 1.585 \times 10^{-14}\,\mathrm{W\,m^{-2}}, \tag{35}$$

tj. konačno slijedi:

$$V_{RF} = 7.68\,\mathrm{V}. \quad [\mathbf{2\,boda}] \tag{36}$$

5. zadatak *(8 bodova)*

Nepolariziranoj se komponenti intenzitet prepolovi prolaskom kroz polarizator, dok se intenzitet polariziranoj smanji za faktor $\cos^2(30°)$, tj. intenzitet svjetlosti nakon prolaska kroz polarizator je:

$$I = [20 + 60\cos^2(30°)]\,\mathrm{Wm^{-2}} = 65\,\mathrm{Wm^{-2}}. \quad [\mathbf{3\,boda}] \tag{37}$$

Ukupna snaga zračenja na materijal iznosi:

$$P = IS = 7.8 \times 10^{-2}\,\mathrm{W}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{38}$$

Također vrijedi:

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = c\frac{\Delta p}{\Delta t} = cF, \tag{39}$$

gdje je Δp ukupni izgubljeni impuls zračenja u materijalu u vremenu Δt. **[3 boda]**
Dakle, slijedi:

$$F = \frac{P}{c} = 2.6 \times 10^{-10}\,\mathrm{N}. \quad [\mathbf{1\,bod}] \tag{40}$$