Općinsko natjecanje iz fizike, 2023.
Rješenja i smjernice za bodovanje – 3. skupina

1. zadatak (14 bodova)

Prepoznajmo da tri žice definiraju četiri različita područja u kojima tražimo rješenja, nazovimo ih A, B, C, D, pri čemu je A lijevo od I_1, B desno od I_1 a lijevo od I_2, I_3 itd. **(2 boda)**
Dobro riješeno (argumentirano ili izračunano) područje donosi 3 boda.

Radi jednostavnijega zapisa rješenja koristimo se nekim pokratama. Jednadžba magnetskoga polja oko vodiča dana je s:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{b}{r}\ .$$

Ovdje smo sve parametre koji nam nisu bitni za traženje iznosa $B = 0$ sveli na jedan parametar b. Naravno, treća žica će sadržavati parametar $3b$. Udaljenost među dviju žica označit ćemo s d.

A) Pravilom desne ruke odredimo smjerove magnetskih polja triju žica – I_1 i I_2 djeluju prema gore (to ćemo odabrati da nam je pozitivan smjer, $B > 0$) a I_3 djeluje prema dolje. Ukupno magnetsko polje je stoga, ako s x označimo udaljenost od I_1, $x > 0$ (negativan x bi značio desno od I_1, no to više nije područje A!)

$$B_A = b\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+d} - \frac{3}{x+2d}\right)$$

Za $B_A = 0$ mora izraz u zagradi biti nula. Svođenjem na zajednički nazivnik, dobivamo da brojnik mora biti nula:

$$(x+2d)(x+d) + x(x+2d) - 3x(x+d) = 0$$

Rješenje kvadratne jednadžbe, uz uvjet $x > 0$ je: $x = (1+\sqrt{3})d$. **(2 boda)**
$x = 13.66$ cm. **(1 bod)**

B) Pravilom desne ruke odredimo smjerove polja kao u slučaju A. Označimo li s x udaljenost od žice I_2, tada je uvjet $0 < x < d$ kako bi x ostao u području B. Izraz za ukupno polje je tada:

$$B_B = b\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{d-x} - \frac{3}{d+x}\right)$$

Identično kao u A, rješavanjem kvadratne jednadžbe dobivamo rješenje $x = (2-\sqrt{3})d$. **(2 boda)**
$x = 1.33$ cm. **(1 bod)**

C) Pravilom desne ruke vidimo da sve žice stvaraju magnetsko polje u istome smjeru – u tome slučaju ne možemo očekivati da će se polje dviju žica poništiti te stoga u ovome području nema točke u kojoj je $B = 0$. **(3 boda)**

D) Identično kao i dosad, primjenom pravila desne ruke odredimo predznake. Jednadžba za polje je:

$$B_D = b\left(\frac{3}{x} - \frac{1}{x+d} - \frac{1}{x+2d}\right)$$

Dobiva se sljedeća kvadratna jednadžba:

$$x^2 + 6d\,d + 6d^2 = 0$$

koja zbog svih pozitivnih koeficijenata nema rješenja za $x > 0$ – u ovome području ne postoji točka u kojoj je $B = 0$. **(3 boda)**

Ukupno postoje dvije točke u kojima magnetsko polje iščezava. Tvrdnja da iščezava i u beskonačnosti (što bi dalo ukupno četiri točke) nije pogrešna, no ne daje bodove.

2. zadatak (10 bodova)

Indukcija napona u vodiču duljine l koji se giba kroz magnetsko polje B brzinom v, pri čemu je brzina okomita na polje, dana je izrazom $U = vBl$. **(2 boda)**
Maksimalni iznos induciranoga napona je $U = 0.1$ V **(1 bod)**
S obzirom na to da se žica giba harmonički (titra), brzina joj ovisi o vremenu, pa će stoga i inducirani napon ovisiti o vremenu kao: **(2 boda)**

$$U(t) = Blv(t) = Blv_0 \cos\omega t$$

Ovdje je $v_0 = 1$ m/s, maksimalna brzina (brzina u ravnotežnome položaju, a $\omega = 2\pi f$, pri čemu je f frekvencija titranja.

Maksimalna udaljenost žice od ravnotežnog položaja može se dobiti iz poznavanja gibanja harmoničkoga oscilatora (h.o.). Izraz za položaj žice dan je s univerzalnim izrazom za h.o.:

$$x(t) = x_0 \sin\omega t\ .$$

Iz toga je izraza izraz za brzinu gibanja oscilatora: **(2 boda)**

$$v(t) = x_0\omega \cos\omega t\ .$$

Dakle, s obzirom na to da je $v_0 = x_0\omega$, možemo izraziti $x_0 = v/\omega = 15.9$ mm. **(1 bod)**
Inducirani napon u tome položaju izravno ovisi o brzini, a kako brzina u tome trenutku iščezava, tako je i $U(x_{max}) = 0$. **(2 boda)**

3. zadatak (8 bodova)

Zadatak rješavamo s pomoću energije. Upotrijebimo $x_0 = 30$ cm, pomak u trenutku puštanja, $v_0 = 2$ m/s, brzina u trenutku puštanja. Ukupna energija u trenutku puštanja je zbroj elastično potencijalne i kinetičke: **(2 boda)**

$$E_{uk} = \underbrace{\frac{1}{2}\,kx_0^2}_{E_p} + \underbrace{\frac{1}{2}\,mv_0^2}_{E_k}\ .$$

U ravnotežnome položaju po definiciji je $x = 0$, a brzina maksimalna $v = v_M$. To znači da je sva energija sadržana u kinetičkoj energiji sustava. Možemo pisati izraz za energiju:

$$E_{uk} = \frac{1}{2} m v_M^2$$

a) Rad obavljen od početnoga do ravnotežnoga položaja odgovara promjeni potencijalne energije u opruzi, što je upravo: **(2 boda)**

$$W = \frac{1}{2} k x_0^2 \,.$$

Uvrštavanjem je rad $W = 0.9$ J. **(1 bod)**

b) Brzina utega u ravnotežnome položaju dana je ukupnom kinetičkom energijom: **(2 boda)**

$$v_M = \sqrt{\frac{2E_{uk}}{m}} \,.$$

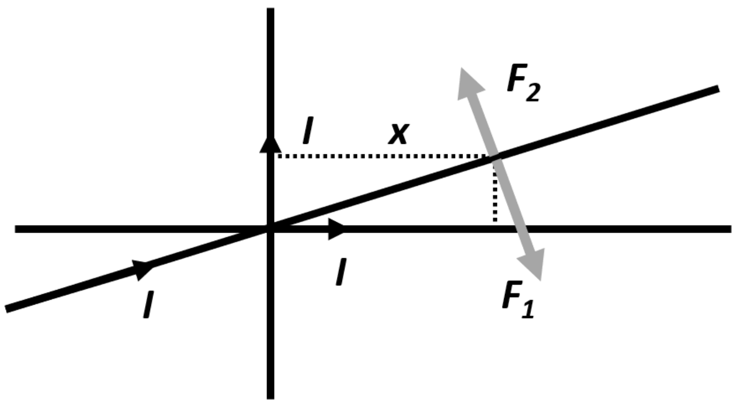
Uvrštavanjem: $v_M = 4$ m/s. **(1 bod)**

4. zadatak (8 bodova)

Izraz za silu po jedinici duljine dviju žica dan je s:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2}{a}$$

pri čemu je a udaljenost među žicama. **(1 bod)**
Promotrimo silu na proizvoljnu točku X, udaljenu za x od jedne žice, kao na slici. Sila od vodoravne žice ovisi o njezinoj udaljenosti: $a = x \tan 30^\circ$. **(1 bod)**



Udaljenost koja nas zanima je okomita udaljenost od *druge* žice koja stvara magnetsko polje jer ta udaljenost definira jakost magnetskoga polja na točki žice za koju se traži sila. Sila je tada: **(1 bod)**

$$\frac{F_1}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{x \tan 30^\circ} \,.$$

a smjer sile je prema drugoj žici, okomito na prvu (kao na slici!). Smjer sile okomit je na magnetsko polje druge žice i smjer struje tražene žice. **(1 bod)**
Na žicu djeluje i vertikalna žica, pa je druga sila, smjera suprotnoga od ove:

$$\frac{F_2}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I^2}{x} .$$

Ukupna sila je tada, uvrštavanjem $\tan 30^\circ = 1/\sqrt{3}$: **(1 bod)**

$$\frac{F}{l} = \frac{F_1 - F_2}{l} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi x} \cdot \left(\sqrt{3} - 1\right) = 0.732 \, \frac{\mu_0 I^2}{2\pi x} .$$

Smjer sile je okomito na žicu, u smjeru bliže žice. **(1 bod)**

Zbog smjera sile na točku X, a koji je isti kao i na druge točke desno od sjecišta žica, te zbog suprotnoga smjera sile na točke lijevo od sjecišta žica, možemo zaključiti da će se žica iz ovoga položaja htjeti zarotirati prema vodoravnoj žici. **(2 boda)**
Ako učenik ne spomene bitnu činjenicu da je u točki lijevo od sjecišta smjer sile suprotnoga smjera, oduzima se jedan bod!

Naravno, ako učenik krene rješavanje zadatka s točkom lijevo od sjecišta, isto vrijedi za točku desno od sjecišta.

5. zadatak (10 bodova)

Elektron prolazeći razliku potencijala U dobiva kinetičku energiju $E_k = eU$. Iz toga lako izračunamo konačnu brzinu elektrona uzevši da je početna $v = 0$ ili vrlo bliska nuli. **(1 bod)**

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

uvrštavanjem $v = 5.93 \cdot 10^7$ m/s.

Na elektron u magnetskome polju djeluje Lorentzova sila: **(1 bod)**

$$F = qvB .$$

Kako je sila okomita na smjer brzine elektrona, tako poprima ulogu centripetalne sile i zakreće elektron po radijusu r: **(1 bod)**

$$F = \frac{mv^2}{r} .$$

Radijus dobivamo iz dvaju izraza: **(1 bod)**

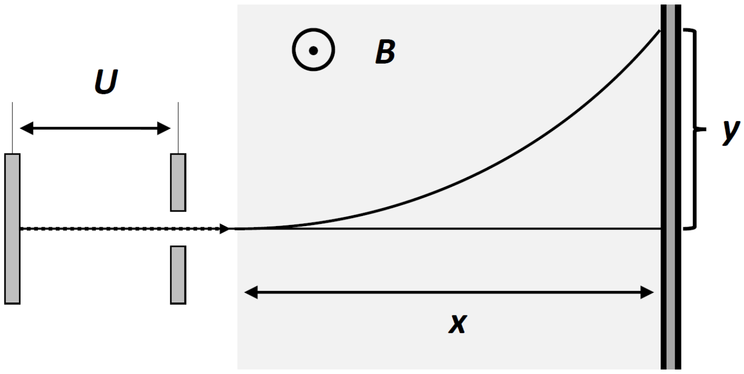
$$r = \frac{mv}{eB}$$

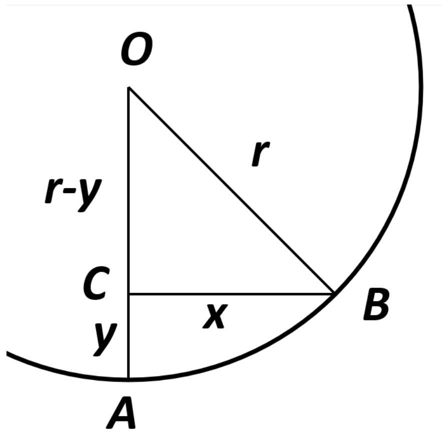
$r = 3.37$ m.

Da bismo dobili koliko se elektron pomakne vertikalno, skicirajmo putanju elektrona. Po pravilu desne ruke sila na elektron u magnetskome polju prouzročit će zakretanje kao na slici u rješenju. **(2 boda)**

Također, pogledajmo pobliže kružnicu po kojoj se elektron u zadatku giba iz točke A u točku B: Točka O je središte kružnice. Na slici je uočljiv trokut OCB i vertikalni pomak y. Iz Pitagorina poučka:

$$(r - y)^2 + x^2 = r^2$$





možemo izraziti kvadratnu jednadžbu po nepoznanici y:

$$y^2 - 2ry + (x^2 + r^2) = 0$$

Rješenje je: **(3 boda)**

$$y = r - \sqrt{r^2 - x^2}\ .$$

Drugo rješenje $y > r$ odbacujemo kao fizikalno pogrešno za ovaj zadatak. Uvrštavanjem $y = 13.4$ mm. **(1 bod)**